Kompleksianalyysi
MS-C1300, kesä 2015

Kari Eloranta

Matematiikan laitos
Aalto yliopisto

July 26, 2015

Yleiset asiat

- Luennot 5 viikkoa (31-35), 5t per viikko:
  ti 12:15-15, to 10:15-12, D-salissa, viikolla 35 salissa M1.
- Harjoitukset samat 5 viikkoa, 2t per viikko:
  ke 10:15-12.
  Kysymykset ja kommentit: `kari.eloranta@aalto.fi`
- Välikokeet: ma 17.8. klo 13-15 ja ma 31.8. klo 13-16.
- Tentti pe 4.9. Muut tentit eivät välttämättä mene täsmälleen kesäkurssin sisällöllä.
- Kurssin tiedoitus, pdf-kalvot etc. vain Noppa-sivun kautta. Luennoilla ja harjoituksissa lisäksi hiukan esimerkkejä ja muuta selvennystä, joka ei välttämättä tule nettiin.
- Vastaanotto luentojen jälkeen.

Kurssin sisältö

1. Kompleksilukujen pikakertaus
2. Kompleksitason funktiot, analyyttisyys
3. Muutamia tärkeitä funktiotyyppejä
4. Kuvausten geometriaa, konformisuus
5. Kompleksiargumenttiset potenssisarjat
6. Erikoispisteet, Laurent-sarjat
7. Kompleksinen integrointi, residyt
8. Integroimistekniikkoja, reaalisia ja kompleksisia integraaleja ...
   ja ajan mukaan lisäksi sovellutuksia:
9. Z-käänteismuunnos jne.

Kelpoa lukemista

Joitakin viitteitä näihin kalvoilla (ja löytyvät matematiikan kirjastosta):

- Kreyszig: Advanced engineering mathematics, John Wiley. 9 & 10. painokset ok, 8. sisältö ok, numerointi omalla vastuulla. Ainakin kuusi viimeisintä painosta ok... tämä on klassikkomateriaalia.
- Matthews, Howell: Complex Analysis for mathematics and engineering, 3/4 painos, Jones & Bartlett
- lisäksi liki kaikki “Engineering Mathematics” opukset, joissa kompleksianalyysin osio.

Eli siis mitä?

Hyvin monenlaisissa tilanteissa erityisesti luonnontieteissä ja insinööritieteissä, on välttämatöntä löytää polynomiyhtälöille kaikki ratkaisut. Tällainen yhtälö saadaan vaikkapa silloin, kun yritetaan löytää annetun matriisin ominaisarvot. Jotta kaikki ratkaisut voitaisiin edes periaatteessa löytää, on laajennettava lukualuetta reaaliluvuista kompleksilukuihin. Algebran peruslause sanoo, että n:nnen asteen polynomilla on tarkalleen n juurta kompleksilukujen joukossa.

On myös erittain hyodyllista laajentaa tutuimpien reaalifunktioiden määritelmät toimiviksi kompleksiargumentilla. Vasta tällöin esimerkiksi eksponenttifunktion ja trigonometristen funktioiden läheinen yhteys paljastuu. Kompleksifunktioilla voidaan luontevasti ratkaista monia tason kuvausongelmia, sillä derivoituva funktio on lokaalisti kulmat säilyttävä kuvaus. Samoin kompleksi-inteegraaleilla voidaan laskea monia reaalisia integraaleja, jotka alkuperäisessä muodossaan ovat hyvin hankalia tai jopa mahdottomia ratkaista.